**UITWERKINGEN VAN OPGAVEN BIJ HOOFDSTUK 1 VAN HET BOEK BASISCONCEPTEN FINANCE**
*(alle bedragen in euro's)*

Opgave 1

$$50.000 \times (1{,}004)^4 = 50.804{,}81$$

Opgave 2

$$K \times (1{,}015)^6 = 13.121{,}32$$

$$K = \frac{13.121{,}32}{(1{,}015)^6} = 12.000$$

Totaal ontvangen interest = 13.121,32 – 12.000 = 1.121,32

Opgave 3

$$FV = 30.000 \times (1{,}075)^8 \times (1{,}06)^5 = 71.600{,}87$$

Opgave 4

| Storting | FV op 31 december 2016 | Bedrag FV |
|---|---|---|
| | | |
| 1 januari 2014 | $5.000 \times (1{,}003)^3$ | 5.045,14 |
| 1 januari 2015 | $3.000 \times (1{,}003)^2$ | 3.018,03 |
| 1 januari 2016 | $4.000 \times (1{,}003)^1$ | 4.012,00 |
| | | --------------- |
| Totaal | | 12.075,17 |

Opgave 5

FV na 1 jaar bij een rendement van 6% per jaar = $100.000 \times (1{,}06)^1 = 106.000$

FV na 1 jaar bij een rendement van 0,5% per maand = $100.000 \times (1{,}005)^{12} = 106.167{,}78$

Door de samengestelde rente geeft de rente van 0,5% per maand effectief een rente van (afgerond) 6,17% per jaar.

Opgave 6

$$PV = \frac{30.000}{1{,}05^8} = 20.305{,}18$$

Opgave 7

| Kasstroom | PV formule | Bedrag PV |
|---|---|---|
| | | |
| Na 1 jaar | $5.000 \div (1{,}10)^1$ | 4.545,45 |
| Na 2 jaar | $10.000 \div (1{,}10)^2$ | 8.264,46 |
| Na 3 jaar | $7.000 \div (1{,}10)^3$ | 5.259,20 |
| | | --------------- |
| Totaal | | 18.069,11 |

Opgave 8

$$PV = 2.000 \times \frac{[1 - (1{,}04)^{-15}]}{0{,}04} = 22.236{,}77$$

Opgave 9

$$\text{PV van de kasstromen} = 24.000 \times \frac{[1 - (1{,}08)^{-5}]}{0{,}08} = 95.825{,}04$$

De investering van 100.000 is hoger dan de huidige waarde van de kasstromen die de investering genereert, dus is dit geen verstandige investering.

Opgave 10

In de tijd zijn de uitkeringen als volgt (in duizenden):

| Eind jaar | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 | 11 | 12 | 13 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | | | | | | | | | | | | | |
| Uitkering | | | | | 20 | 20 | 20 | 20 | 20 | 20 | 14 | 14 | 14 |
| | | | | | | | | | | | | | |

$$\text{PV (reeks van 20)} = 20.000 \times \frac{[1 - (1{,}03)^{-6}]}{0{,}03} \times \frac{1}{(1{,}03)^4} = 96.262{,}09$$

$$\text{PV (reeks van 14)} = 14.000 \times \frac{[1 - (1{,}03)^{-3}]}{0{,}03} \times \frac{1}{(1{,}03)^{10}} = 29.466{,}53$$

Totale afkoopsom nu = 96.262,09 + 29.466,53 = 125.728,62

NB: bij het gebruik van de formules voor de huidige waarde van een reeks kasstromen moet worden bedacht dat de uitkomsten van deze formules altijd de huidige waarden geven 1 jaar voor de start van de reeks. De bovenstaande reeks van 20.000 begint na 5 jaar en de uitkomst van de formule hoeft dan dus nog maar 4 jaar extra contant te worden gemaakt. De reeks van 14.000 begint na 11 jaar en dan is dus nog een correctie van 10 jaar benodigd.

Opgave 11

$$PV = 1.800 \times \frac{[1 - (1{,}06)^{-4}]}{0{,}06} + \frac{31.800}{1{,}06^5} = 30.000$$

Deze uitkomst wordt ook gevonden als de reeks als volgt contant wordt gemaakt (splitsing laatste bedrag van 31.800 in 1.800 en 30.000):

$$PV = 1.800 \times \frac{[1 - (1{,}06)^{-5}]}{0{,}06} + \frac{30.000}{1{,}06^5} = 30.000$$

De uitkomst van 30.000 kan als volgt worden verklaard:

De kasstromen van 5 maal 1.800 en 1 maal 30.000 kunnen de rente en aflossing zijn die behoren bij een lening met een hoofdsom van 30.000, een rente van 6% en een aflossing ineens na 5 jaar. De huidige waarde van deze bedragen op basis van dezelfde rente van 6% moet altijd weer de hoofdsom van de lening geven. Door de rente en aflossing contant te maken tegen de overeengekomen rente wordt de rente als het ware uit de kasstromen gehaald en resteert de hoofdsom.

Het is ook logisch dat op het moment dat een lening wordt verstrekt dat dan de hoofdsom daarvan gelijk is aan de contante waarde van de toekomstige rente en aflossing.

Opgave 12

Bij opgave 11 is gebleken dat de hoofdsom van de lening gelijk moet zijn aan de contante waarde van de rente en aflossing. Dat principe moet hier dus ook gelden. Dat betekent dat de hoofdsom van 300.000 gelijk moet zijn aan de contante waarde van de maandelijkse annuïteiten. Dus dan geldt het volgende:

$$300.000 = ANN \times \frac{[1 - (1{,}002)^{-360}]}{0{,}002}$$ Hieruit volgt dat de maandelijkse annuïteit gelijk is aan 1.169,82

Effectief betaalt de cliënt op jaarbasis: $[(1{,}002)^{12} - 1] \times 100\% = 2{,}43\%$

Opgave 13

Er wordt in totaal betaald gedurende de gehele looptijd van de hypotheek: 360 × 1.169,82 = 421.135,20
Daarin is begrepen een totale aflossing van 300.000, dus het totale bedrag aan rente bedraagt het verschil ofwel 121.135,20.

Opgave 14

Het volgende verband moet gelden:

$$40.000 = \text{OPNAME} \times \frac{[1 - (1{,}0035)^{-8}]}{0{,}0035}$$ Hieruit volgt dat de opname gelijk is aan 5.079,07

Opgave 15

Het totaal van de opnames = 8 × 5.079,07 = 40.632,56
Dus in totaal is 40.632,56 – 40.000 = 632,56 aan rente bijgeschreven.

Opgave 16

$$\text{PV} = 100.000 \times \frac{[1 - (1{,}06)^{-4}]}{0{,}06} + \frac{50.000}{1{,}06^{5}} = 383.873$$

Voor dit bedrag wordt de machine opgenomen onder de materiele vaste activa in de balans van de onderneming bij de afsluiting van dit contract met als tegenboeking een leaseverplichting onder de langlopende en kortlopende schulden. Bedrijfseconomisch gezien wordt er dus een lening afgesloten met een hoofdsom van 383.873 en een rente van 6% per jaar. Aflossing en rente van deze lening worden betaald via de leasetermijnen.

Opgave 17

$$\text{PV bij een reeks van 100 termijnen} = 1.000 \times \frac{[1 - (1{,}02)^{-100}]}{0{,}02} = 43.098{,}35$$

$$\text{PV bij een reeks van 400 termijnen} = 1.000 \times \frac{[1 - (1{,}02)^{-400}]}{0{,}02} = 49.981{,}85$$

$$\text{PV bij een reeks van 600 termijnen} = 1.000 \times \frac{[1 - (1{,}02)^{-600}]}{0{,}02} = 49.999{,}65$$

$$\text{PV bij een reeks van 800 termijnen} = 1.000 \times \frac{[1 - (1{,}02)^{-800}]}{0{,}02} = 49.999{,}99$$

Naarmate het aantal termijnen stijgt wordt het effect op de totale huidige waarde steeds minder. Dit effect gaat geleidelijk aan naar nihil, en het lijkt of de huidige waarde begrensd is op 50.000 ongeacht het aantal termijnen dat er nog bijkomen. Zie verder opgave 18.

Opgave 18

$$PV = \frac{1.000}{0,02} = 50.000$$

Dit antwoord bevestigt het vermoeden dat naarmate het aantal termijnen stijgt de waarde steeds dichter tegen de 50.000 aan komt te liggen. Bij een oneindige reeks van 1.000 en een rente van 2% is de huidige waarde exact 50.000.

Een en ander kan ook worden afgeleid uit de formule voor de huidige waarde van een eindige reeks:

$$PV = C \times \frac{[1 - (1+r)^{-n}]}{r}$$

Deze formule mag als volgt worden herschreven:

$$PV = C \times \frac{[1 - \frac{1}{(1+r)^{n}}]}{r}$$

Nu is eenvoudig te zien dat wanneer het aantal termijnen oneindig groot wordt dat de formule overgaat naar de vorm voor een oneindige reeks namelijk:

$$PV = \frac{C}{r}$$

Opgave 19

$$PV = \frac{5.000}{(0,09 - 0,04)} = 100.000$$

Opgave 20

$$PV = \frac{300.000}{(1,10)} + \frac{300.000}{(1,10)^2} + \frac{300.000}{(0,10 - 0,03)} \times \frac{1}{(1,10)^2} = 4.062.574$$